معرفت علم کمپیوٹر

از قلم حذیفہ

رابطہ: huzaifah1993@gmail.com

کمپیوٹر

جیسے ہمارا ظاہر و باطن ہے ویسے ہی کمپیوٹر کا بھی ظاہر و باطن ہے. اور ظاہر سے ہماری مراد مانیٹر، ماؤس، کی بورڈ وغیرہ ہیں، اور باطن سے مراد ہے اس کی عقل و فہم. اور اسی کی تفہیم کا یہاں ہم نے قصد کیا ہے.

بہر حال جو کچھ بھی کمپیوٹر حفظ کرتا وہ سب اپنی خود کی زبان میں حفظ کرتا ہے، پھر جب ہم اسے کوئی بات بتانے کا حکم دیتے ہیں تو وہ اسے ہماری زبان میں تعبیر کر دیتا ہے.

زبان دومی

کمپیوٹر کی زبان بجلی کے دو پیمانے سے بنی ہوتی ہے مثلاً 5 و 6 وولٹیج. اور ہم انہیں اپنی زبان میں 0 و 1 سے تعبیر کرتے ہیں، 0 سے 5و اور 1 سے 6و مثلاً ہم نے کمپیوٹر کو سکھا دیا کہ 0 أ ہے و 1 ب ہے اور اس نے اس بات کو محفوظ کر لیا، پھر جب اس سے ہم نے ان دونوں کا مطالبہ کیا تو اس نے انہیں أ و ب میں تبدیل کر کے ہمیں دیکھا دیا.

لکین یہ ہوتا کیسے ہے؟
اس کی مثال یہ ہے کہ ہم نے اپنے کی بورڈ میں ایک بٹن دبایا مثلا ب، تو بٹن سے 1 یعنی 6و بجلی پاس ہوئی، اور کمپیوٹر کو یہ نہیں معلوم کہ بٹن پر کیا لکھا ہے اور نہ اسے اِس سے کوئی مطلب ہے، اس کو بس یہ معلوم ہے کہ 6و ملا ہے و اس کا مطلب مانیٹر پر فلاں فلاں پِکسیل چلانا ہے، اور اسے یہ بھی نہیں معلوم کہ فلاں فلاں بکسیل کے جلنے سے مانیٹر پر ب بنے گا. یعنی کمپیوٹر ہماری زبان کا ایک لفظ بھی نہیں سمجھتا.

زبانِ کمپیوٹر کا تعارف تو ہو گیا اب یہ جاننا چاہیے کہ کمپیوٹر کی عقل مبنی ہے ابواب منطقی پر، اور ابواب منطقی برقی سرکٹ کی ایک قسم ہیں جو منطق جملی کے اصول پر مبنی ہیں.

اور منطق جملی سے ہماری مراد وہ علم ہے جس میں قضایا شخصیہ کی آپسی ترکیبات کی بحث ہوتی ہے.

قضیہ

ہمارے منہ سے نکلنے والے کلام کی دو اقسام ہیں، ایک **خبریہ** یعنی جس کے کہنے والے کو صادق یا کاذب کہا جا سکے جیسے 'زید آیا' ، و دوسرا **انشائیہ** یعنی جس کے کہنے والے کو صادق یا کاذب نہ کہا جا سکے جیسے 'کیا زید آیا؟'.

کلام خبریہ کو **قضیہ** کہتے ہیں. اور اسی سے معلوم ہوا کہ ہر قضیہ یا تو صادق ہوتا ہے یا کاذب جیسے تیرا قول 'زید انسان ہے' صادق ہے، اور تیرا قول 'زید پتھر ہے' کاذب ہے.

اور قضیہ کو اس علم میں حروف ہجاء سے تعبیر کرتے ہیں جیسے
بَ = 'زید انسان ہے'
جَ = 'زید پتھر ہے'

قیمتِ قضیہ

اور قضیہ کے صدق و کذب کو اس کی قیمت کہتے ہیں تو
قی(ب) = ص
قی(ج) = ک

اور ہر قضیہ میں دونوں قیمتوں کا احتمال ہوتا ہے جنہیں ایک ساتھ جدول تصدیق میں تعبیر کرتے ہیں جیسے ھَ کی جدول تصدیق ہوگی

ھ
ک
ص

سلبِ قضیہ

اور ہر قضیہ پر حرف سلب بھی داخل ہوتا ہے جیسے 'زید انسان نہیں ہے' و 'زید پتھر نہیں ہے'. اور نقوش میں سلب کی علامت ¬ ہے جیسے ¬ب و ¬ج کہ اسے ہم نابَ و ناجَ کہیں گے. اور جس قضیہ پر سلب ہوتا ہے اس کو **سلبی** کہتے ہیں جیسے ¬ھ اور جس پر نہیں ہوتا اس کو **ایجابی** کہتے ہیں جیسے ھ

اور ایجابی و سلبی ایک دوسرے کی نقیض ہوتے ہیں یعنی اگر ایجابی صادق ہو تو سلبی کاذب ہوتا ہے، اور اگر ایجابی کاذب ہو تو سلبی صادق ہوتا ہے. اور یہ بات جدول تصدیق سے خوب واضح ہو جاتی ہے جیسے

ھ	¬ھ
ک	ص
ص	ک

اور سلبی کا سلب ایجابی ہوتا ہے یعنی ¬¬ھ = ھ جیسے

ھ	¬ھ	¬¬ھ
ک	ص	ک
ص	ک	ص

قضیہ مرکب

قضایا مرکب وہ قضایا ہیں جو دو قضایا سے مل کر بنے ہوں، اور ان کی چار اقسام ہیں

- **مرکب جمع:** وہ ہے کہ جب اس کے دونوں اجزا صادق ہوتے ہیں تو وہ صادق ہوتا ہے ورنہ کاذب جیسے 'دنیا گول ہے و تارے جمکدار ہیں' صادق ہے، اور ایسے ہی 'زید عالم ہے و عمرو کاتب ہے' صادق ہوگا اگر اس کے دونوں جز صادق ہوں، اور اگر کوئی ایک یا دونوں کاذب ہوئے تو یہ کاذب ہوگا، اور جدول تصدیق سے یہ بات صاف ظاہر ہو جاتی ہے جیسے
ب = زید عالم ہے
ج = عمرو کاتب ہے

ب	ج	ب٨ج
ک	ک	ک
ک	ص	ک
ص	ک	ک
ص	ص	ص

∧ مرکب جمع کی علامت ہے.

- **مرکب مانعت جمع:** یہ مرکب جمع کا سلبی ہے. جب اس کا کوئی ایک جز یا دونوں اجزا کاذب ہوتے ہیں تو یہ صادق ہوتا ہے ورنہ کاذب جیسے 'ایسا نہیں ہے کہ زید بچہ ہے و بوڑھا ہے' صادق ہے، کیونکہ زید ایک ساتھ بچہ و بوڑھا نہیں ہو سکتا، جب کہ یہ ہو سکتا ہے کہ وہ

نہ بوڑھا ہو و نہ بچہ، بلکہ جوان ہو اور ایسے ہی 'ایسا نہیں ہے کہ زید عالم ہے و بکر کاتب ہے'، تبھی صادق ہوگا جب اس کا کوئی ایک جز کاذب ہو جیسے
ب = زید عالم ہے
ج = بکر کاتب ہے

ب	ج	¬(ب∧ج)
ک	ک	ص
ک	ص	ص
ص	ک	ص
ص	ص	ک

- **مرکب مانعت خلو:** وہ ہے کہ اگر اس کا ایک بھی جز صادق ہوتا ہے تو وہ صادق ہوتا ہے ورنہ کاذب جیسے 'سورج نکلا ہے یا اندھیرا ہے' صادق ہے کیونکہ ایسا ہو نہیں سکتا کہ سورج نہ نکلا و اندھیرا بھی نہ ہو، و یہ ہو سکتا ہے کہ سورج نکلا ہو و اندھیرا ہو کیونکہ گرہن لگا ہے. اور ایسے ہی 'زید عالم ہے یا عمرو کاتب ہے' صادق ہوگا اگر اس کا کوئی ایک جز بھی صادق ہو جیسے
ب = زید عالم ہے
ج = عمرو کاتب ہے

ب	ج	ب∨ج
ک	ک	ک
ک	ص	ص
ص	ک	ص
ص	ص	ص

∨ مرکب مانعت خلو کی علامت ہے.

- **مرکب خلو:** مرکب مانعت خلو کا سلبی ہے. جب اس کے دونوں اجزاء کاذب ہوتے ہیں تو یہ صادق ہوتا ورنہ کاذب ہوتا ہے جیسے 'ایسا نہیں ہے کہ زید پیڑ یا پتھر ہے' صادق ہے. اور ایسے ہی 'ایسا نہیں ہے کہ زید عالم ہے و بکر تاجر ہے' تبھی صادق ہوگا جب زید عالم نہ ہو و بکر تاجر نہ ہو اور اس کی توضیح جدول تصدیق سے ہو جاتی ہے جیسے
ب = زید عالم ہے
ج = بکر تاجر ہے

ب	ج	¬(ب∨ج)
ک	ک	ص
ک	ص	ک
ص	ک	ک
ص	ص	ک

- **مرکب متصل**: وہ ہے کہ جب اس کے پہلے جز کے صادق ہونے کے ساتھ دوسرا بھی صادق ہوتا ہے تو متصل صادق ہوتا ہے ورنہ کاذب جیسے 'اگر یہ انسان ہے تو حیوان ہے' صادق ہے کیونکہ اگر یہ انسان ہوگا تو حیوان ہوگا، اور اگر انسان نہ ہو تب بھی حیوان ہو سکتا ہے و نہیں بھی ہو سکتا ہے، لیکن انسان ہو اور حیوان نہ ہو ایسا نہیں ہو سکتا. اور ایسے ہی 'اگر زید آیا ہے تو عمرو آیا ہے' صادق ہوگا اگر دونوں آئے ہوں یا زید نہ آیا ہو جیسے
ب = زید آیا ہے
ج = عمرو آیا ہے

ب	ج	ب→ج
ک	ک	ص
ک	ص	ص
ص	ک	ک
ص	ص	ص

→ مرکب متصل کی علامت ہے. اور متصل کے پہلے جز کو **مقدم** کہتے ہیں جیسے ب→ج میں ب و دوسرے کو **تالی جیسے** اس میں ج.
یہاں یہ بات واضح رہے کہ وہ دو صورتیں جس میں مقدم کاذب ہوتا ہے ایک ساتھ مل کر تالی کے صادق و کاذب ہونے کے امکان پر دلالت کرتی ہیں.

مانعت اتصال: متصل کا سلبی ہے. جب پہلا جز صادق و دوسرا کاذب ہو تو یہ صادق ہوتا ہے ورنہ کاذب ہوتا ہے جیسے 'ایسا نہیں ہے کہ اگر یہ انسان ہے تو پتھر ہے' صادق ہے کیونکہ انسان ہونے پر یہ پتھر نہیں ہو سکتا. اور ایسے ہی 'ایسا نہیں ہے کہ اگر زید آیا ہے تو عمرو آیا ہے' صادق ہوگا اگر زید آئے و عمرو نہ آئے جیسے
ب = زید آیا ہے
ج = عمرو آیا ہے

ب	ج	¬(ب←ج)
ک	ک	ک
ک	ص	ک
ص	ک	ص
ص	ص	ک

- **مرکب متلازم:** وہ ہے کہ جب اس کے دونوں جز صادق یا دونوں ہی کاذب ہوتے ہیں تو وہ صادق ہوتا ہے ورنہ کاذب جیسے 'اگر سورج نکلا ہے تو دن ہے' صادق ہے کیونکہ اس کے دونوں جز یا تو ایک ساتھ صادق ہوں گے یا ایک ساتھ کاذب. اور ایسے ہی 'زید آیا ہے تو عمرو آیا ہے' صادق ہوگا اگر اس کے دونوں جز صادق یا دونوں کاذب ہوں جیسے
ب = زید آیا ہے، ج = عمرو آیا ہے

ب	ج	ب↔ج
ک	ک	ص
ک	ص	ک
ص	ک	ک
ص	ص	ص

↔ تلازم کی علامت ہے.

- **مرکب منفصل:** متلازم کا سلبی ہے. جب اس کا ایک جز صادق و دوسرا کاذب ہو تو وہ صادق ہوتا ہے ورنہ کاذب ہوتا ہے جیسے 'یا تو یہ چیز ساکن ہے یا یہ متحرک ہے' صادق ہے کیونکہ ایک چیز ایک ساتھ ساکن و متحرک ہو نہیں سکتی. اور ایسے ہی 'ایسا نہیں ہے کہ زید عالم ہے و بکر کاتب ہے' صادق ہوگا اگر ایک جز صادق و دوسرا کاذب ہو جیسے
ب = زید عالم ہے، ج = بکر کاتب ہے

ب	ج	¬(ب↔ج)
ک	ک	ک
ک	ص	ص
ص	ک	ص
ص	ص	ک

اگر کوئی کہے کہ 'ایسا نہیں ہے کہ زید عالم ہے و بکر کاتب ہے' کونسا مرکب ہے، مانعت جمع یا منفصل؟
تو ہم کہیں گے کہ کبھی ہم اس سے مانعت جمع کا قصد کرتے ہیں اور کبھی منفصل کا، کیونکہ ہماری زبان میں دونوں کی تعبیر ایک ہی طرح ہوتی ہے. لیکن نقوش کی زبان میں دونوں کے لیے الگ علامات ہیں ¬(∧)، ¬(↔).

صادق ضروری و کاذب ضروری

صادق ضروری سے اس علم میں مراد وہ مرکب کہ جو کبھی کاذب نہ ہو سکے جیسے
(ب ∨ ¬ب) صادق ضروری ہے.
اور **کاذب ضروری** سے مراد وہ مرکب کہ جو کبھی صادق نہ ہو سکے جیسے
(ب ∧ ¬ب) کاذب ضروری ہے.

دو عددی نظام

ہم یہ ذکر چکے ہیں کہ کمپیوٹر کی زبان کو ہم 0 و 1 سے تعبیر کرتے ہیں، یعنی یہ کہا جا سکتا ہے کہ اسی 0 و 1 کو کمپیوٹر وولٹیج میں تعبیر کرتا ہے، تو اختصاراً اب سے ہم کہیں گے کہ کمپیوٹر تمام اخبار و امور کو 0 و 1 میں تعبیر کرتا ہے، لیکن اخبار تو غیر متناہی ہیں اور 0 و 1 دو ہیں، تو غیر متناہی اخبار متناہی اعداد سے کیسے تعبیر ہو سکتی ہیں؟ جواب یہ ہے کہ اعداد بھی غیر متناہی ہیں جن میں سے دو تو 0 و 1 سے تعبیر ہوتے ہیں و باقی کو انہیں مرکب کر کے تعبیر کیا جاتا ہے جیسے 1101، 1001 و 111 وغیرہ.

چونکہ اعداد کی تعبیر کے لیے اس نظام میں صرف دو نقوش ہیں 0 و 1، لہذا اسے دو عددی نظام کہا جاتا ہے.

دو عددی نظام	دس عددی نظام
0	0
1	1
10	2
11	3

4	100
5	101
6	110
7	111
8	1000
9	1001
10	1010
11	1011
12	1100
13	1101
14	1110
15	1111

ترجمہ اعشاری عدد سے دومی عدد میں

جب اعشاري عدد کا دومی عدد میں ترجمہ کرنا ہو تو اسے 2 سے تقسیم کرو اور حاصل تقسیم کو مقسم منہ کے بائیں جانب لکھو جیسے 10 کا ترجمہ کرنا ہے تو

5 10

پھر جو بچے، اور وہ 0 یا 1 ہوگا، تو اسے مقسم منہ کے نچے لیکھو جیسے

5 10

0

اب حاصل تقسیم یعنی 5 کو مقسم منہ بناو اور پہلے والا عمل دوہراو جیسے

2 5 10

1 0

اب پہلے والا عمل پھر دہراو جیسے

1 2 5 10

0 1 0

تو 1010 حاصل ہوا، یہی 10 کا ترجمہ ہوگا۔

اور ایسے ہی 346

1 2 5 10 21 43 86 173 346

0 1 0 1 1 0 1 0

101011010 =

ترجمہ دومی عدد سے اعشاری عدد میں

جب دومی کا اعشاری میں ترجمہ کرنا ہو تو اس کا طریقہ یہ ہے کہ ہم عدد دومی کے سب سے بائیں والے رقم میں 2 کو ضرب دیتے اور جو حاصل ہوتا ہے اسے داہینے والے کے ساتھ جمع کر دیتے ہیں، پھر اس میں بھی 2 کو ضرب دیتے ہیں پھر جو آتا اسے اگلے والے کے ساتھ جمع کرتے ہیں، یہ سلسلہ آخری رقم تک جلتا ہے، و آخر میں جو جمع کا نتیجہ آتا ہے وہی ہمارا مقصود ہوتا ہے یعنی ترجمہ جیسے 1010

2	4	10
1 +0	+ 1	+ 0
2	5	10

اور ایسے ہی 101011010

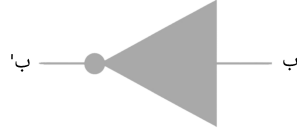
1 0 1 0 1 1 0 1 0

2 5 10 21 43 86 173 346

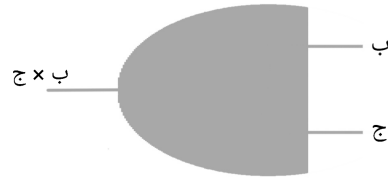
346 =

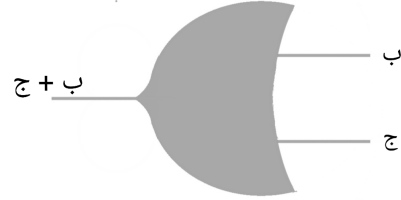
واضح رہے کہ دو عددی نظام میں بنیادی عدد دو ہوتے ہیں ہوتے ہیں، اور قضیہ کی دو کیفیات ہوتی ہیں صدق و کذب، اسی مشابہت کی وجہ سے منطق جملی کے اصول نظامِ کمپیوٹر میں جاری ہوتے ہیں. اور ہم 0 کو کذب فرض کرتے ہیں اور **1** کو صدق.

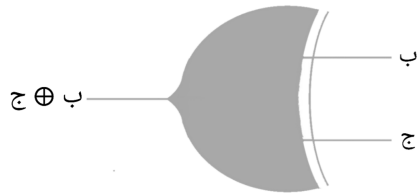
ابواب منطقی

بہر حال کمپیوٹر میں تمام اعمال کو برقی سرکٹ انجام دیتے ہیں، اور وہ ایسے سرکٹ سے بنے ہوتے ہیں جنہیں ابواب منطقی کہا جاتا ہے اور ان کی اصلاً چار اقسام ہیں. جن میں سے ایک وہ ہے جس میں ایک دخول و ایک خروج ہوتا ہے یعنی اگر اس میں 0 داخل ہوگا تو **1** خارج ہوگا و اگر **1** داخل ہوگا تو 0 خارج ہوگا، اور اسے **باب سلب** کہتے ہیں، اور سلب کی علامت ¬ اور ' ہے جیسے ¬ب و ب' .

خروج	دخول
ب'	ب
1	0
0	1

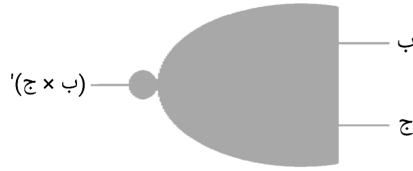
اور باقی تینوں میں دو دخول و ایک خروج ہوتے ہیں.

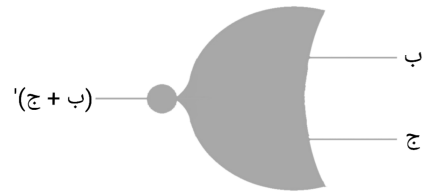
- **باب واو:** یہ مرکب جمع کا عمل کا کرتا ہے اور اس کی علامت یہاں × و . ہے جیسے ب×ج، ب.ج، اور کبھی یہ علامت خذف ہو جاتی ہے جیسے ب ج.

خروج	دخول	
ب×ج	ج	ب
0	0	0
0	1	0
0	0	1
1	1	1

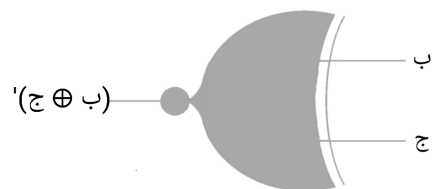
- **باب یاء:** مرکب مانعت خلو کا عمل کرتا ہے اور یہاں اس کی علامت + ہے.

خروج	دخول	
ب+ج	ج	ب
0	0	0
1	1	0
1	0	1
1	1	1

- **باب منفصل:** یہ انفصال کا عمل کرتا ہے اور اس کی علامت یہاں ⊕ ہے.

خروج	دخول	
ب⊕ج	ج	ب
0	0	0
1	1	0
1	0	1
0	1	1

اور تین فروعی ابواب ہیں جو مذکورہ تین باب کو باب سلب کے ساتھ ملانے سے بنتے ہیں

- **باب نا واو:**

خروج	دخول	
(ب×ج)'	ج	ب
1	0	0
1	1	0
1	0	1
0	1	1

- **باب نا یاء:**

خروج	دخول	
(ب+ج)'	ج	ب
1	0	0
0	1	0
0	0	1
0	1	1

- **باب نا منفصل:**

خروج	دخول	
(ب⊕ج)'	ج	ب
1	0	0
0	1	0
0	0	1
1	1	1

اور جب **باب متصل** بنانا ہو تو باب یا کے ایک دخول میں باب سلب لگا دیتے ہیں جیسے

تو اس سے (ب'+ج) خارج ہوگا جو (ب←ج) کی ہی تعبیر ہے.

مرکب برقی سرکٹ

وہ ہے جو دو بابِ سے بھی مرکب ہوسکتا ہے، اور ایک ہزار ابواب کا مجموعہ بھی ہو سکتا ہے.

اور مرکب برقی سرکٹ کا خروج جاننے کے لیے اور اس کی تخفیف کے لیے جبر بولی استعمال کیا جاتا ہے. اور اس کی مثال دینے سے پہلے ہم جبر بولی کے اصول ذکر کرنا چاہتے ہیں.

جبر بولی کے اصول متعارف

جمع

ب×0 = 0

ب×1 = ب

غیر خلو

ب+0 = ب

ب+1 = 1

ہم جنسیت

ب×ب = ب

ب+ب = ب

ترکیب نقیضین

ب×ب' = 0

ب+ب' = 1

سلبِ سلب

ب'' = ب

خیار ترتیب

ب×ج = ج×ب

ب+ج = ج+ب

خیار تقدم عمل

(ب×ج)×د = ب×(ج×د)

(ب+ج)+د = ب+(ج+د)

لف و نشر

ب×(ج+د) = (ب×ج)+(ب×د)

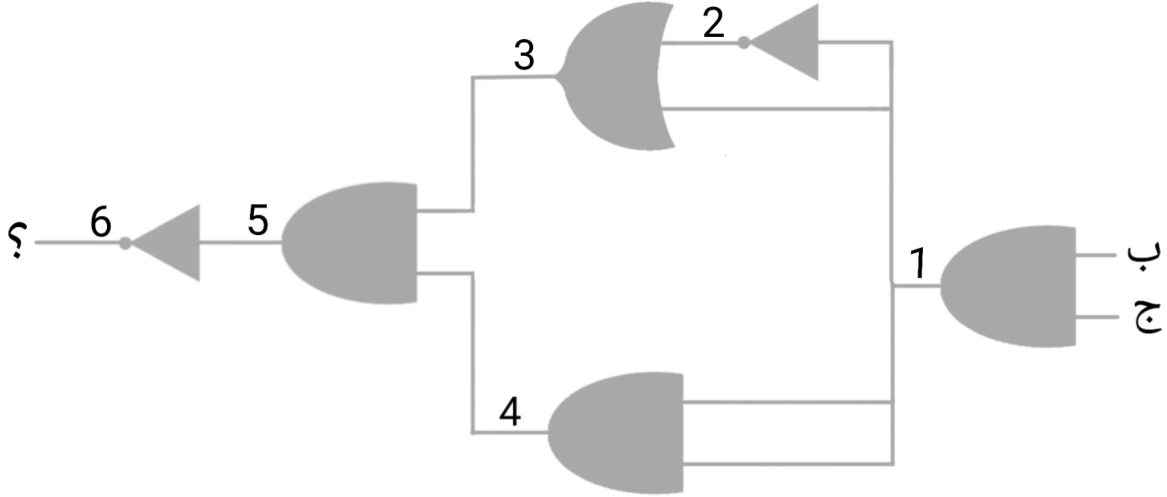
ب+(ج×د) = (ب+ج)×(ب+د)

ڈی مارگان

¬ب × ¬ج = ¬(ب+ج)

¬ب + ¬ج = ¬(ب.ج)

جبر بولی

کسی منطقی سرکٹ کے خروج کو جاننے کے لیے ہم اسے عبارت بولی میں تعبیر کرتے ہیں جیسے

عبارت بولی میں تعبیر کرنے کا طریقہ یہ ہے کہ ہم خروج کے جانب سے چلیں گے اور ابتداء تک آئیں گے اور تب ہمیں سرکٹ کی نقشہ کا مکمل ترجمہ حاصل ہو جائے گا. تو شروع کرتے ہیں.

6 = (5)'   کیونکہ 5 کا سلب ہونے سے 6 حاصل ہوا ہے.

= (3 × 4)'   کیونکہ 3 و 4 کے جمع سے 5 حاصل ہوا ہے.

= ((1 + 2) × (1.1))'   کیونکہ 1 و 2 کے غیر خلو سے 3 حاصل ہوا ہے اور 1 و 1 کے جمع سے 4.

= ((1 + (1)') × (1.1))'   کیونکہ 2 سلب ہے 1 کا.

اب ہمیں ہر جگہ 1 کی قیمت بھرنا ہے جو کہ (ب.ج) ہے تو ہوا

(((ب.ج) + (ب.ج)') × ((ب.ج).(ب.ج)))'

= (((ب.ج) + (ب.ج)')'' × ((ب.ج)))'

= (((ب.ج)'.(ب.ج)'')' × ب.ج)'

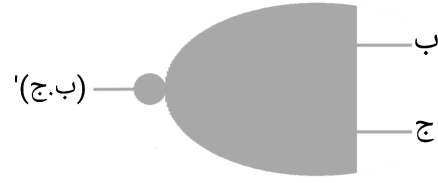
= (((ب'+ج').(ب.ج))' × ب.ج)'

= (((ب'.ب.ج)+(ب.ج.ج'))' × ب.ج)'

= ((0+0)' × بج)'

= (0' × ب.ج)'

= (1 × ب.ج)'

= (ب.ج)'   خارج ہونے والا نتیجہ ہے، اور ہم اسے خالص ایک باب نا واو سے تعبیر کر سکتے ہیں جیسے

بہر حال مذکورہ مثال میں ہم نے ابواب کی فہرست سازی 1 سے شروع کیا ہے، جس کی وجہ سے اس 1 کے ساتھ التباس ہو سکتا ہے جو 0 کے مقابلہ میں آتا ہے. لہذا آئیندہ ہم 2 سے فہرست سازی کریں گے.

مثال

2. ء'

3. (بج)'

5. (ب×3) = (ب×(بج)') = (ب(ب'+ج')) = ((بب')+(بج')) = (0+بج') = بج'

4. (5×2) = (بج'ء')

6. 3' = (بج)'' = بج

7. 4' = (بج'ء')'

8. (5⊕6) = ((5×6')+(5'×6))

= ((بج'×(بج)')+((بج')'(بج)))

= ((ب ج'×(ب'+ج'))+((ب'+ج")×ب ج))

= ((ب ج'ب'+ب ج'ج')+(ب'ب ج+ج ب ج))

= ((0+ب ج')+(0+ب ج))

= (ب ج'+ب ج) = ب(ج'+ج) = ب(1) = ب

9. (7+8)

= (ب ج'ء')'+ب

= (ب'+ج"+ء")+ب = ب'+ج+ء+ب

= 1+ج+ء = 1

یعنی اس کے دخول یعنی ء، ب، ج چاہے 0 ہوں یا 1، ہر صورت میں نتیجہ 1 آئے گا.

جاننا چاہیے کہ جب سرکٹ کا نقشہ مذکور نہ ہو بلکہ خالص عبارت ہو مثلاً
((ب+د)×(ج'د))+(((ب+ھ)'+(ھز)')×(ب ط)))

تو اس صورت میں اقواس کی فہرست سازی کر لینا چاہیے جیسے
(^{1}(^{2}(^{3}ب+د^{3})×(^{3}ج'د^{3})^{2})+(^{2}(^{3}(^{4}ب+ھ^{4})'+(^{4}ھز^{4})'^{3})×(^{3}ب ط^{3})^{2})^{1})

اس میں ہم نے باہر سے اندر کے جانب فہرست بنائی ہے.

= (^{1}(^{2}ب ج'د+ج'دد^{2})+(^{2}(^{3}(^{4}ب'ھ'^{4})+(^{4}ھ'+ز'^{4})^{3})×(^{3}ب ط^{3})^{2})^{1})

= (^{1}(^{2}ب ج'د+ج'د^{2})+(^{2}(^{3}(^{4}ب'ھ'^{4})+(^{4}ھ'+ز'^{4})^{3})×(^{3}ب ط^{3})^{2})^{1})

= (^{1}(^{2}ب ج'د+ج'د^{2})+(^{2}(^{3}ب'ھ'ھ'+ب'ھ'ز'^{3})×(^{3}ب ط^{3})^{2})^{1})

= (^{1}(^{2}ب ج'د+ج'د^{2})+(^{2}ب'ھ'ب ط+ب'ھ'ز'ب ط^{2})^{1})

= (^{1}(^{2}ب ج'د+ج'د^{2})+(^{2}0+0^{2})^{1})

= (^{1}ب ج'د+ج'د^{1})

= ج'د(ب+1)

= ج'د(1)

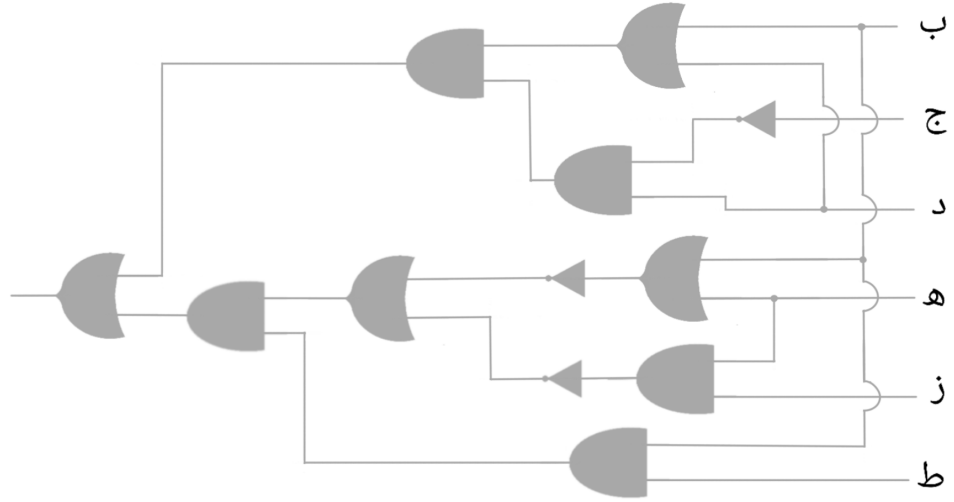
= ج'د

جدول تصدیق

ج	د	ج'	ج'د
0	0	1	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	1	0	0

یہ اس عبارت کی جدول تصدیق ہے جو نتیجہ میں حاصل ہوئی ہے
اور اس سے معلوم ہوا کہ
جب ج = ک، د = ص
تو نتیجہ = ص، ورنہ ک.

سرکٹ کی نقشہ کاری

جب کسی عبارت کا نقشہ بنانا ہو تو ہمیشہ اندر سے شروع کیا جاتا ہے مثلاً عبارت مذکور
(^{1}(^{2}(^{3}ب+د^{3})×(^{3}ج'د^{3})^{2})+(^{2}(^{3}(^{4}ب+ھ^{4})'+(^{4}ھز^{4})'^{3})×(^{3}ب ط^{3})^{2})^{1}) میں
پہلے ہم ب و د کو **باب یاء** سے مرکب کریں گے ..1
پھر ج کا **سلب** کر کے اس کو د کے ساتھ **باب واو** سے مرکب کریں گے ..2
پھر **1** و 2 کو **باب واو** سے مرکب کریں گے ..3
پھر ھ و ب کو **باب یاء** سے مرکب کریں گے ..4
پھر 4 کا سلب کریں گے ..5
پھر ھ و ز کو **باب واو** سے مرکب کریں گے ..6
پھر 6 کا سلب کریں گے ..7
پھر 5 و 7 کو **باب یاء** سے مرکب کریں ..8
پھر ب و ط کو **باب واو** سے مرکب کریں گے ..9
پھر 8 و 9 کو **باب واو** سے مکرب کریں گے ..10
پھر 10 و 3 کو **باب یاء** سے مرکب کریں گے ..11
اور یہی **11** سرکٹ کا خروج ہوگا.

اس اتنے پیچیدہ سرکٹ میں نتیجہ خالص ج و د پر مبنی ہے، پھر جب ج 0 و د 1 ہوگا تو نتیجہ 1 ہوگا ورنہ 0 جیسا کہ جدول تصدیق سے ظاہر ہوا.

سرکٹِ منطقی و جبرِ بولی کا تعارف مکمل ہوا